

ANALIZA FUNKCJONALNA

SPPI II, sem. letni
LISTA 4

Wrocław, 18 marca 2007

ZADANIE 1. Sprawdź, czy funkcja $H(f) = F$, z przestrzeni $C([a, b])$ funkcji ciągłych na przedziale $[a, b]$ z metryką supremum w tę samą przestrzeń, gdzie F jest funkcją pierwotną z f spełniającą warunek początkowy $F(a) = c$, (c dowolna stała) spełnia warunek Lipshitz. Jeśli tak, to z jaką stałą?

ZADANIE 2. W zadaniu 1 przyjmij $[a, b] = [0, \frac{2}{3}]$, $c = 1$. Do czego dążą ciągi postaci $H^n(f)$ ($= H(H(H...(H(f))...))$)?

ZADANIE 3. Zbadaj zbieżność ciągu rekurencyjnego

$$a_0 = \pi + \sqrt{e}$$
$$a_{n+1} = 1 - \frac{\pi}{4} + \arctg(a_n).$$

Wskazówka: Rozważyć odpowiednie odwzorowanie na przedziale $[1 - \frac{\pi}{4}, \infty)$.

Tomasz Downarowicz